

Programme de mécanique des fluides PCSI

PREMIERE ANNEE

Statique des fluides

Présentation et objectifs généraux de formation

La physique des milieux continus constitue une part importante des programmes de deuxième année PC et PSI. Dans ce domaine, on fait appel à des méthodes de pensée et des techniques de calcul qu'il est souhaitable d'aborder dès la première année. Cette partie du programme de PCSI est donc conçue pour introduire sur le support concret de la statique des fluides le principe du découpage d'un domaine physique (volume, surface) en éléments infinitésimaux et de la sommation d'une grandeur extensive (force) pour ce découpage.

Partant du cas particulier de la statique des fluides dans le champ de pesanteur qui ne nécessite qu'un formalisme minimal, un des objectifs est de montrer à la fin de cette partie l'intérêt d'un formalisme plus poussé (introduction de l'opérateur gradient) pour passer à une formulation universelle d'une loi de la physique.

La statique des fluides permet également d'introduire le facteur de Boltzmann dont on affirmera la généralité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
Éléments de statique des fluides dans un référentiel galiléen.	
Forces surfaciques, forces volumiques.	Distinguer le statut des forces de pression et des forces de pesanteur.
Statique dans le champ de pesanteur uniforme : relation $dp/dz = -\rho g$.	Connaître des ordres de grandeur des champs de pression dans le cas de l'océan et de l'atmosphère. Exprimer l'évolution de la pression avec l'altitude dans le cas d'un fluide incompressible et homogène et dans le cas de l'atmosphère isotherme dans le modèle du gaz parfait.
Facteur de Boltzmann.	S'appuyer sur la loi d'évolution de la densité moléculaire de l'air dans le cas de l'atmosphère isotherme pour illustrer la signification du facteur de Boltzmann. Approche documentaire : reconnaître un facteur de Boltzmann ; comparer $k_B T$ aux écarts d'énergie dans un contexte plus général.
Résultante de forces de pression.	Exprimer une surface élémentaire dans un système de coordonnées adaptées. Utiliser les symétries pour déterminer la direction d'une résultante de forces de pression. Évaluer une résultante de forces de pression.
Poussée d'Archimède.	Expliquer l'origine de la poussée d'Archimède. Exploiter la loi d'Archimède.
Équivalent volumique des forces de pression.	Exprimer l'équivalent volumique des forces de pression à l'aide d'un gradient.
Équation locale de la statique des fluides.	Établir l'équation locale de la statique des fluides.

SECONDE ANNEE

L'enseignement de mécanique des fluides vise à développer les compétences suivantes :

- utiliser les échelles macroscopique, mésoscopique et microscopique dans un même contexte ;
- utiliser un formalisme puissant tout en restant au contact permanent du concret à l'échelle humaine, favorisant ainsi les allers retours entre la théorie et l'expérience (confronter des observations et une ou plusieurs modélisations, etc...)
- former des nombres sans dimension pour déterminer les termes dominants et réduire la complexité des équations ;
- utiliser des modèles de complexité croissante (prise en compte ou non de la tension superficielle, de la viscosité, etc...) ;

- utiliser à bon escient des modèles d'écoulements (incompressible, irrotationnel, stationnaire).

La partie consacrée à la mécanique des fluides prolonge à la fois la rubrique « statique des fluides » et la rubrique « thermodynamique » de PCSI. Cet enseignement est conçu comme une initiation de telle sorte que de nombreux concepts (écoulement laminaire, écoulement turbulent, couche limite, vecteur tourbillon, nombre de Reynolds...) sont introduits de manière élémentaire. Toute extension du programme vers les cours spécialisés doit être évitée : par exemple l'approche lagrangienne, la fonction de courant, le potentiel complexe, l'étude locale du champ des vitesses, la relation de Bernoulli pour des écoulements compressibles ou instationnaires, le théorème de Reynolds et le théorème d'Euler sont hors-programme. Enfin la tension superficielle est abordée exclusivement d'un point de vue énergétique et expérimental.

L'apprentissage de la mécanique des fluides contribue à la maîtrise progressive des opérateurs d'analyse vectorielle qui sont utilisés par ailleurs en thermodynamique et en électromagnétisme. Quel que soit l'ordre dans lequel le professeur choisit de présenter ces

parties, il convient d'introduire ces opérateurs en insistant sur le contenu physique sous-jacent. Par ailleurs, la recherche de lignes de courants est traitée exclusivement à l'aide de logiciels d'intégration numérique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.1 Description d'un fluide en mouvement	
Champ eulérien des vitesses. Lignes de champ. Tubes de champ.	Définir et utiliser l'approche eulérienne.
Écoulement stationnaire.	Savoir que le caractère stationnaire dépend du référentiel.
Dérivée particulaire de la masse volumique. Écoulement incompressible.	Établir l'expression de la dérivée particulaire de la masse volumique. Utiliser son expression pour caractériser un écoulement incompressible. Savoir que le caractère incompressible ne dépend pas du référentiel.

Équation locale de conservation de la masse.	Établir cette équation dans le seul cas d'un problème unidimensionnel en géométrie cartésienne. Admettre et utiliser une généralisation en géométrie quelconque utilisant l'opérateur divergence et son expression fournie.
Caractérisation d'un écoulement incompressible par la divergence du champ des vitesses.	Utiliser $\text{div } \mathbf{v} = 0$ pour un écoulement incompressible.
Dérivée particulaire du vecteur-vitesse : terme local ; terme convectif.	Associer $d\mathbf{v}/dt$ à l'accélération de la particule de fluide qui passe en un point. Connaître et utiliser l'expression de l'accélération avec le terme convectif sous la forme $(\mathbf{v} \cdot \text{grad}) \mathbf{v}$. Utiliser l'expression fournie de l'accélération convective en fonction de $\text{grad}(v^2/2)$ et $\text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{v}$.
Vecteur tourbillon.	Illustrer sur des exemples simples la signification qualitative du vecteur tourbillon.
Écoulement irrotationnel défini par la nullité du rotationnel du champ des vitesses en tout point ; potentiel des vitesses.	Utiliser $\text{rot } \mathbf{v} = \mathbf{0}$ pour un écoulement irrotationnel et en déduire l'existence d'un potentiel des vitesses. Savoir que le caractère irrotationnel dépend du référentiel.

2.2 Actions de contact dans un fluide en mouvement	
Forces de pression. Équivalent volumique.	Utiliser les relations $d\mathbf{F} = -p d\mathbf{S}$ et $d\mathbf{F} = -\text{grad} p dt$
Contraintes tangentielles dans un écoulement $\mathbf{v} = v_x(y) \mathbf{u}_x$ au sein d'un fluide newtonien ; viscosité.	Utiliser l'expression fournie $d\mathbf{F} = \eta \partial v_x / \partial y d\mathbf{S} \mathbf{u}_x$
Équivalent volumique des forces de viscosité dans un écoulement incompressible.	Établir sur cet exemple l'expression $d\mathbf{F} = \eta \Delta \mathbf{v} dt$. Utiliser sa généralisation admise pour un écoulement incompressible quelconque.

Coefficient de tension superficielle.	Mesurer un coefficient de tension superficielle. Utiliser l'expression de l'énergie de tension superficielle pour interpréter un protocole expérimental.
Traînée d'une sphère solide en mouvement rectiligne uniforme dans un fluide newtonien : nombre de Reynolds ; coefficient de traînée C_x ; graphe de C_x en fonction du nombre de Reynolds ; notion d'écoulement laminaire et d'écoulement turbulent.	Évaluer un nombre de Reynolds pour choisir un modèle de traînée linéaire ou un modèle de traînée quadratique.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.3 Équations dynamiques locales	
Équation de Navier-Stokes dans un fluide newtonien en écoulement incompressible. Terme convectif. Terme diffusif. Nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.	Utiliser cette équation. Évaluer en ordre de grandeur le rapport du terme convectif sur le terme diffusif et le relier au nombre de Reynolds dans le cas d'une unique échelle spatiale.
Notion d'écoulement parfait et de couche limite.	Exploiter l'absence de forces de viscosité et le caractère isentropique de l'évolution des particules de fluide. Utiliser la condition aux limites sur la composante normale du champ des vitesses.
Équation d'Euler.	Utiliser cette équation.
Relation de Bernoulli pour un écoulement parfait, stationnaire, incompressible et homogène dans le champ de pesanteur uniforme dans un référentiel galiléen.	Justifier et utiliser cette relation. Interpréter d'éventuels écarts observés en vérifiant les conditions de validité.

Notions et contenus	Capacités exigibles
2.4 Bilans macroscopiques	
Bilans de masse.	Établir un bilan de masse en raisonnant sur un système ouvert et fixe ou sur un système fermé et mobile. Utiliser un bilan de masse.
Bilans de quantité de mouvement ou d'énergie cinétique pour un écoulement stationnaire unidimensionnel à une entrée et une sortie.	Associer un système fermé à un système ouvert pour faire un bilan. Utiliser la loi de la quantité de mouvement et la loi de l'énergie cinétique pour exploiter un bilan. Exploiter la nullité (admise) de la puissance des forces intérieures dans un écoulement parfait et incompressible.